

## Capítulo 5

# Transformaciones Lineales

### 5.1. Concepto

Sean  $(V, +, \mathbb{R}, \cdot)$  y  $(W, +, \mathbb{R}, \cdot)$  dos espacios vectoriales sobre el campo de los reales. La función  $f : V \rightarrow W$  es una transformación lineal o una aplicación lineal, si y sólo si satisface las dos condiciones siguientes:

1. La imagen de la suma de dos vectores cualesquiera de  $V$ , es igual a la suma de sus imágenes en  $W$ .

En símbolos:  $\forall \vec{x}, \vec{y} \in V; f(\vec{x} + \vec{y}) = f(\vec{x}) + f(\vec{y})$ .

2. La imagen del producto de cualquier escalar por todo vector de  $V$ , es igual al producto de escalar por la imagen de ese vector.

En símbolos:  $\forall \alpha \in \mathbb{R} \wedge \forall \vec{x} \in V : f(\alpha \vec{x}) = \alpha f(\vec{x})$ .

El único vector del segundo espacio vectorial  $(W, +, \mathbb{R}, \cdot)$ , que por la función “ $f$ ” corresponde a un vector del primer espacio vectorial  $(V, +, \mathbb{R}, \cdot)$ , se denomina imagen de ese vector.

Significa que:



Las dos condiciones anteriormente mencionadas se pueden reducir a una sólo, de la manera siguiente:  $f : V \rightarrow W$  es una transformación lineal si y sólo si:

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R} \wedge \forall \vec{x}, \vec{y} \in V; f(\alpha \vec{x} + \beta \vec{y}) = \alpha f(\vec{x}) + \beta f(\vec{y}).$$

Generalizando, para todo  $\alpha_i \in \mathbb{R}$  y todo  $\vec{V}_i \in V$ , obtenemos la propiedad básica de las transformaciones lineales:

$$f(\alpha_1 \vec{V}_1 + \alpha_2 \vec{V}_2 + \dots + \alpha_n \vec{V}_n) = \alpha_1 f(\vec{V}_1) + \alpha_2 f(\vec{V}_2) + \dots + \alpha_n f(\vec{V}_n)$$

De donde, se puede concluir afirmando que las transformaciones lineales, preservan las combinaciones lineales.

**Ejemplo 5.1** 1. Sean los espacios vectoriales  $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R}, \cdot)$  y  $(\mathbb{R}^2, +, \mathbb{R}, \cdot)$ . La función  $f_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definida por:  $f_1(x, y, z) = (3y, z - 7x)$ . Determinar si " $f_1$ " es una transformación lineal.

a)  $f_1[(x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2)] = f_1(x_1, y_1, z_1) + f_1(x_2, y_2, z_2)$   
Desarrollando el primer miembro, aplicando suma en  $\mathbb{R}^3$  y definición en  $f_1$ :

$$\begin{aligned} f_1[(x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2)] &= f_1(x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2) \\ f_1[(x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2)] &= \underline{\underline{[3(y_1 + y_2), (z_1 + z_2) - 7(x_1 + x_2)]}} \end{aligned}$$

Desarrollando el segundo miembro, aplicando definición de " $f_1$ " y suma en  $\mathbb{R}^2$ :

$$\begin{aligned} f_1(x_1, y_1, z_1) + f_1(x_2, y_2, z_2) &= (3y_1, z_1 - 7x_1) + (3y_2, z_2 - 7x_2) \\ f_1(x_1, y_1, z_1) + f_1(x_2, y_2, z_2) &= \underline{\underline{[3(y_1 + y_2), (z_1 + z_2) - 7(x_1 + x_2)]}} \end{aligned}$$

$\therefore$  Cumple.

b)  $f_1[\alpha(x, y, z)] = \alpha f_1(x, y, z)$

Comenzando del primer miembro y efectuando las operaciones indicadas:

$$\begin{aligned} f_1[\alpha(x, y, z)] &= f_1[\alpha x, \alpha y, \alpha z] \\ &= [-3\alpha x, 2\alpha x + 10\alpha y - 7\alpha z] \\ &= [\alpha(-3x), \alpha(2x + 10y - 7z)] \\ &= \alpha[-3x, 2x + 10y - 7z] \\ &= \alpha f_1(x, y, z) \\ &= \alpha[3y, z - 7x] \\ &= \underline{\underline{\alpha f_1(x, y, z)}} \end{aligned}$$

$\therefore$  Cumple.

Por tanto, " $f_1$ " es una transformación lineal.

2. Dados los espacios vectoriales  $(\mathbb{R}^{2 \times 2}, +, \mathbb{R}, \cdot)$  y  $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R}, \cdot)$ . La función  $f_2 : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida mediante:

$$f_2\left(\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix}\right) = (-3x_4, x_2 + 5x_3, x_1 - 8)$$

Averiguar si " $f_2$ " se constituye una transformación lineal.

a)  $f_2\left[\left(\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix}\right)\right] = f_2\left(\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix}\right) + f_2\left(\begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix}\right)$

Desarrollando el primer miembro, aplicando suma en  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$  y definición de  $f_2$ :

$$\begin{aligned} f_2\left[\left(\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix}\right)\right] &= f_2\left(\begin{pmatrix} x_1 + y_1 & x_2 + y_2 \\ x_3 + y_3 & x_4 + y_4 \end{pmatrix}\right) \\ f_2\left[\left(\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix}\right)\right] &= \underline{\underline{[-3(x_4 + y_4), (x_2 + y_2) + 5(x_3 + y_3), (x_1 + y_1) - 8]}} \end{aligned}$$

Desarrollando el segundo miembro, aplicando la definición de  $f_2$  y suma en  $\mathbb{R}^3$ :

$$f_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} + f_2 \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix} = (-3x_4, x_2 + 5x_3, x_1 - 8) + (-3y_4, y_2 + 5y_3, y_1 - 8)$$

$$f_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} + f_2 \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix} = \underline{\underline{[-3(x_4 + y_4), (x_2 + y_2) + 5(x_3 + y_3), (x_1 + y_1) - 16]}}$$

$\therefore$  No cumple.

En consecuencia, " $f_2$ " no es una transformación lineal.

3. Sean los espacios vectoriales:  $(\mathbb{R}^4, +, \mathbb{R}, \cdot)$  y  $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R}, \cdot)$ . La función  $f_3 : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:

$$f_3(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-3x_4, 2x_2 + 10, x_1 - 7x_3)$$

Determinar si " $f_3$ " es una transformación lineal.

4. Dados los espacios vectoriales:  $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R}, \cdot)$  y  $(\mathbb{R}^{2 \times 2}, +, \mathbb{R}, \cdot)$ . La función  $f_4 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$  definida mediante:

$$f_4(x, y, z) = \begin{pmatrix} 4x - z & -3y \\ 0 & 9z \end{pmatrix}$$

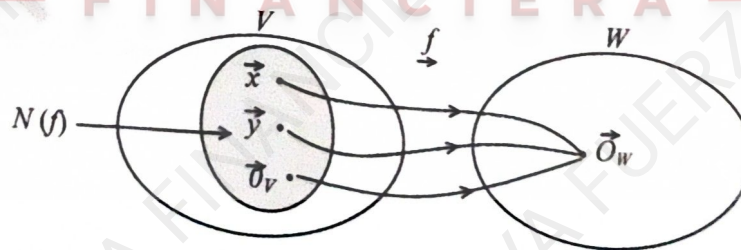
Averiguar si " $f_4$ " constituye una transformación lineal.

## 5.2. Núcleo de una transformación lineal

El núcleo de una transformación lineal  $f : V \rightarrow W$ ; entre dos espacios vectoriales sobre el campo de los reales, es el conjunto de vectores del dominio, cuyas imágenes por la definición " $f$ " son el vector nulo del codominio o del segundo espacio vectorial.

En símbolos:  $N(f) = \{ \vec{x} \in V / f(\vec{x}) = \vec{0}_W \}$

Gráficamente:



### 5.2.1. Propiedad

El núcleo de toda transformación lineal entre dos espacios vectoriales, es un subespacio del primer espacio vectorial.

**Ejemplo 5.2** Dadas las transformaciones lineales siguientes; en cada uno de ellos hallar el núcleo respectivo:

1.  $g_1 : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definido por:  $g_1(x, y, z, t) = (2x - 4y, 0, t + 5z)$ .

Por definición:

$$N(g_1) = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / g_1(x, y, z, t) = (0, 0, 0)\}$$

$$N(g_1) = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / (2x - 4y, 0, t + 5z) = (0, 0, 0)\}$$

Luego, igualando sus componentes correspondientes y formando un sistema.

$$\begin{cases} 2x - 4y = 0 & \Rightarrow x = 2y \\ 0 = 0 \\ t + 5z = 0 & \Rightarrow t = -5z \end{cases}$$

De donde:

$$N(g_1) = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x = 2y \wedge t = -5z\} //$$

2.  $g_2 : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^3$  definido mediante:  $g_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} = (0, 3x_1 - x_4, -7x_2)$

$$N(g_2) = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} / g_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} = (0, 0, 0) \right\}$$

$$N(g_2) = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} / (0, 3x_1 - x_4, -7x_2) = (0, 0, 0) \right\}$$

$$\begin{cases} 0 = 0 \\ 3x_1 - x_4 = 0 & \Rightarrow x_4 = 3x_1 \\ -7x_2 = 0 & \Rightarrow x_2 = 0 \end{cases}$$

Luego:

$$N(g_2) = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} / x_4 = 3x_1 \wedge x_2 = 0 \wedge x_3 \in \mathbb{R} \right\} //$$

3.  $g_3 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definido por:  $g_3(x_1, x_2, x_3) = (3x_2 - 9x_1, 0, 8x_3)$ .

4.  $g_4 : \mathbb{R}^{2 \times 3} \rightarrow \mathbb{R}^4$  definido mediante:

$$g_4 \begin{pmatrix} x & y & z \\ t & u & w \end{pmatrix} = (2z + 6t, -5u, x - 7w, 0)$$

### 5.3. Imagen de una transformación lineal

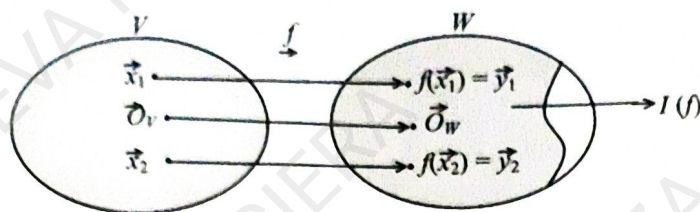
La imagen de una transformación lineal  $f : V \rightarrow W$  entre dos espacios vectoriales sobre el campo de los reales, es el conjunto de todas las imágenes de los vectores del primer espacio vectorial.

En símbolos:

$$I(f) = \{f(\vec{x}) / \vec{x} \in V\}$$

Asimismo:  $I(f) = \{\vec{y} \in W / \exists \vec{x} \in V \wedge f(\vec{x}) = \vec{y}\}$

Gráficamente:



### 5.3.1. Propiedad

La imagen de toda información lineal entre dos espacios vectoriales, es un subespacio del segundo espacio vectorial.

**Ejemplo 5.3** Sean las transformaciones lineales siguientes; en cada caso hallar la imagen correspondiente:

$$1. h_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4 / h_1(x_1, x_2, x_3) = (2x_3 - 5x_1, 7x_2, x_3, -x_1).$$

Por definición:

$$I(h_1) = \{(y_1, y_2, y_3, y_4) \in \mathbb{R}^4 / \exists (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \wedge h_1(x_1, x_2, x_3) = (y_1, y_2, y_3, y_4)\}$$

$$I(h_1) = \{(y_1, y_2, y_3, y_4) \in \mathbb{R}^4 / (2x_3 - 5x_1, 7x_2, x_3, -x_1) = (y_1, y_2, y_3, y_4)\}$$

Luego, igualando sus componentes correspondientes y formando un sistema:

$$\begin{aligned} (1) & \quad 2x_3 - 5x_1 = y_1 \\ (2) & \quad 7x_2 = y_2 \\ (3) & \quad x_3 = y_3 \\ (4) & \quad -x_1 = y_4 \quad (-1) \Rightarrow x_1 = -y_4 \end{aligned}$$

Reemplazando valores de (3) y (4) en (1)

$$\begin{aligned} 2(y_3) - 5(-y_4) &= y_1 \\ 2y_3 + 5y_4 &= y_1 \end{aligned}$$

De donde:

$$I(h_1) = \{(y_1, y_2, y_3, y_4) \in \mathbb{R}^4 / y_1 = 2y_3 + 5y_4 \wedge y_2 \in \mathbb{R}\} //$$

$$2. h_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2} / h_2(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} -x_2 & 0 \\ 7x_1 + 5x_2 & x_1 \end{pmatrix}$$

$$I(h_2) = \left\{ \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} / \exists (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \wedge h_2(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix} \right\}$$

$$I(h_2) = \left\{ \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} / \begin{pmatrix} -x_2 & 0 \\ 7x_1 + 5x_2 & x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} (1) & \quad -x_2 = y_1 \quad (-1) \Rightarrow x_2 = -y_1 \\ (2) & \quad 0 = y_2 \\ (3) & \quad 7x_1 + 5x_2 = y_3 \\ (4) & \quad x_1 = y_4 \end{aligned}$$

Sustituyendo (4) y (1) en (3):

$$7y_4 + 5(-y_1) = y_3$$

$$7y_4 - 5y_1 = y_3$$

$$\text{Luego: } I(h_2) = \left\{ \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} / y_3 = 7y_4 - 5y_1 \wedge y_2 = 0 \right\} //$$

$$3. h_3 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 / h_3(x_1, x_2) = (-x_2, 8x_1 + 3x_2, x_1)$$

$$4. h_4 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 3} / h_4(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} 0 & x_3 & -x_2 \\ 9x_1 & 4x_2 + x_3 & 0 \end{pmatrix}$$

## 5.4. Coordenadas o componentes de un vector

Si un conjunto de vectores simbolizado por:  $\{\vec{V}\} = \{\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n\}$  es una base del espacio vectorial  $(V, +, \mathbb{R}, \cdot)$ , entonces cada vector de  $V$  puede expresarse de modo único como combinación lineal de la base, puesto que los vectores de la base son linealmente independientes y además sistema de generadores.

Significa que:

Si  $\vec{x} \in V$ , entonces existen y son únicos los escalares:  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ ; tales que:

$$\vec{x} = \alpha_1 \vec{V}_1 + \alpha_2 \vec{V}_2 + \dots + \alpha_n \vec{V}_n$$

Los escalares  $\alpha_i$  reciben el nombre de coordenadas o componentes del vector  $\vec{x}$ , respecto de la base dada.

Dada la base  $\{\vec{V}\} = \{\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n\}$  del espacio vectorial  $(V, +, \mathbb{R}, \cdot)$ , se puede expresar a cada vector  $\vec{x} \in V$  como una matriz columna, cuyos elementos sean las coordenadas del vector  $\vec{x}$  respecto de la base  $\{\vec{V}\}$ , es decir:

$$\vec{x}_{\{\vec{V}\}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$$

**Ejemplo 5.4** Determinar las coordenadas del vector  $\vec{x} = (2, -8)$  del espacio vectorial  $(\mathbb{R}^2, +, \mathbb{R}, \cdot)$  respecto de la base:  $\{\vec{V}\} = \{(1, -1), (2, 0)\}$

Desarrollo:

$$\begin{aligned} \vec{x} &= \alpha_1 \vec{V}_1 + \alpha_2 \vec{V}_2 \\ (2, -8) &= \alpha_1 (1, -1) + \alpha_2 (2, 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad &\alpha_1 + 2\alpha_2 = 2 \\ (2) \quad &-\alpha_1 = -8(-1) \Rightarrow \boxed{\alpha_1 = 8} \end{aligned}$$

Reemplazando valores de (2) en (1)

$$8 + 2\alpha_2 = 2$$

$$\alpha_2 = -3$$

Por tanto, las coordenadas del vector:  $\vec{x}$ , respecto de la base  $\{\vec{v}\}$  son: 8 y -3; que se puede escribir de la forma siguiente:

$$\vec{x}_{\{\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}$$

## 5.5. Matriz asociada a una transformación lineal

Sea la transformación lineal  $f : V \rightarrow W$  entre los espacios vectoriales  $(V, +, \mathbb{R}, \cdot)$  y  $(W, +, \mathbb{R}, \cdot)$  de dimensiones finitas " $n$ " y " $m$ " respectivamente. Si  $\{\vec{v}\} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n\}$  es una base de  $V$  y  $\{\vec{w}\} = \{\vec{w}_1, \vec{w}_2, \dots, \vec{w}_m\}$  es una base de  $W$ , entonces la transformación lineal " $f$ " queda caracterizada, por una matriz " $A$ " de orden  $(m \times n)$  que denominaremos, matriz de la transformación lineal respecto de las bases.

Para encontrar la matriz de una transformación lineal " $f$ " entre dos espacios vectoriales, respecto de una base en cada espacio, se determinan las imágenes dadas por " $f$ " de los vectores de la base del primer espacio. Se expresan estas imágenes en términos de la base del segundo espacio, es decir como combinaciones lineales de los vectores de la segunda base. La transpuesta de la matriz de los coeficientes, es la matriz de la transformación lineal respecto de las bases dadas.

**Ejemplo 5.5** 1. Sea la transformación lineal " $f$ ":

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 / f(x, y) = (x, -y, x + y)$$

y las bases:  $\{(-2, 1), (1, 3)\}$  en  $\mathbb{R}^2$  y  $\{(2, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 0, 2)\}$  en  $\mathbb{R}^3$ .

Hallar:

- La matriz asociada a " $f$ ".
- Utilizando la matriz asociada, hallar la imagen del vector:  $\vec{x} = (3, -4)$ .

Desarrollo:

- Primeramente obtenemos las imágenes dadas por " $f$ " de los vectores de la base del primer espacio y expresamos esas imágenes como combinaciones lineales de los vectores de la segunda base, es decir:

$$f(-2, 1) = (-2, -1, -1) = \alpha_1 (2, 0, 1) + \alpha_2 (1, 1, 0) + \alpha_3 (0, 0, 2)$$

$$f(1, 3) = (1, -3, 4) = \beta_1 (2, 0, 1) + \beta_2 (1, 1, 0) + \beta_3 (0, 0, 2)$$

Realizando operaciones y formando sistemas:

$$(-2, -1, -1) = (2\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2, \alpha_1 + 2\alpha_3)$$

$$\begin{cases} (1) & 2\alpha_1 + \alpha_2 = -2 \\ (2) & \boxed{\alpha_2 = -1} \\ (3) & \alpha_1 + 2\alpha_3 = -1 \end{cases}$$

Reemplazando valores en (1):

$$2\alpha_1 + (-1) = -2$$

$$\boxed{\alpha_1 = -\frac{1}{2}}$$

Sustituyendo en (3):

$$-\frac{1}{2} + 2\alpha_3 = -1$$

$$2\alpha_3 = -1 + \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$\alpha_3 = -\frac{1}{4}$$

$$\boxed{\alpha_3 = -\frac{1}{4}}$$

$$(1, -3, 4) = (2\beta_1 + \beta_2, \beta_2, \beta_1 + 2\beta_3)$$

$$\begin{cases} (I) & 2\beta_1 + \beta_2 = 1 \\ (II) & \boxed{\beta_2 = -3} \\ (III) & \beta_1 + 2\beta_3 = 4 \end{cases}$$

Reemplazando valores en (I):

$$2\beta_1 + (-3) = 1$$

$$\boxed{\beta_1 = 2}$$

Sustituyendo en (III):

$$2 + 2\beta_3 = 4$$

$$2\beta_3 = 2$$

$$\boxed{\beta_3 = 1}$$

Luego, la matriz de los coeficientes está dado por:

$$\text{Matriz de los coef.} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{4} \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

De donde, tomando su transpuesta se tiene la matriz asociada a "f".

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & -3 \\ -\frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix} //$$

b)  $f(\vec{x}) = f(3, -4) = ?$

Para tal efecto es necesario calcular previamente las coordenadas del vector  $\vec{x} = (3, -4)$  respecto de la base  $\mathbb{R}^2$ , es decir:

$$\vec{x} = \lambda_1 \vec{V}_1 + \lambda_2 \vec{V}_2$$

$$(3, -4) = \lambda_1 (-2, 1) + \lambda_2 (1, 3)$$

$$\begin{cases} (1) & -2\lambda_1 + \lambda_2 = 3 \\ (2) & \lambda_1 + 3\lambda_2 = -4 \end{cases} \quad (2)$$

Tomando (1) y (2):

$$-2\lambda_1 + \lambda_2 = 3$$

$$2\lambda_1 + 6\lambda_2 = -8$$

$$7\lambda_2 = -5$$

$$\boxed{\lambda_2 = -\frac{5}{7}}$$